

### 3. ろ過の水理 (ver.3)

#### 3.1 Darcy の法則

Darcy の法則は、生物ろ過膜を含む多孔質のろ過材を通過する層流の範囲内の流れに適用できる。緩速ろ過では、ろ過の継続とともに生物ろ過膜が発達し、水の抵抗が増すことで損失水頭が生ずる。この生物ろ過膜を削り取りにより除去すると、損失水頭が初期の清浄ろ過層のレベルまで回復する。この初期損失水頭は普通約 10cm で、ろ過速度、温度、ろ過材の特徴によって変わる。Darcy の法則はこれらの要因を総括的に表現している。

##### 3.1.1 損失水頭

緩速ろ過池では、損失水頭は Darcy の法則で表すことができる。

多孔質ろ過層内の水の流れは、Darcy の法則で示される。

$$U = k \cdot dh_L / dz \quad (3.1)$$

ここで、U：ろ過速度 (m/hr)

$h_L$ ：損失水頭 (m)

z：ろ過材を通過する距離 (m)

k：ろ過材の透水係数 hydraulic conductivity (m/hr)

$dh_L / dz$ ：動水勾配 hydraulic gradient、損失水頭／単位流れ長さ (m/m)

である。

ろ過速度 U は、しばしば使われる表面負荷率 HLR ( $m^3/m^2/hr$ ) と同義である。

$$HLR = Q / A \quad (3.2)$$

Q：流量 ( $m^3/s$ )

A：ろ過層の表面積 ( $m^2$ )

均質な多孔質ろ過材について、Darcy の法則は有限項で次のように表現される。

$$U = k \cdot h_L / z \quad (3.3)$$

ここで、z はろ過層厚さ (m) である。

図 3.1 は、Darcy の法則の定義を図示したものである。ろ過層内で水位 h と流下距離 z がより明確に表示できるように、ろ過層を水平方向に広がるよう示している。ろ過速度 U は、損失水頭  $h_L$  と砂の透水係数 k により、式 (3.3) で決まる。

また、式 (3.3) は損失水頭とろ過速度が比例することを示しており、損失水頭をろ過閉塞の指標とする場合には、標準ろ過速度に換算した標準損失水頭 (Normalized Head Loss) が使われることがある。

$$h_N = h_L \cdot U / U_N \quad (3.4)$$

ここで、 $h_N$ ：標準損失水頭 (m)

$U_N$ ：標準ろ過速度 (m/hr)

である。

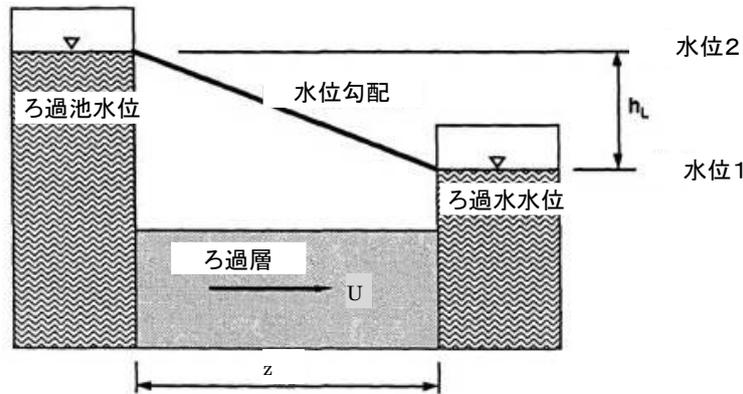


図 3.1 Darcy の法則で定義される変数の関係を示した図(参考資料 2 より)

### 3.1.2 損失水頭とろ過池の運転

損失水頭を計測しつつ緩速ろ過池の運転を行う。

図 3.2 は、ピエゾメータ piezometer で測定した、生物ろ過膜発達後の砂層内の損失水頭を示している。ピエゾメータは、図に概略を示すようにろ過池の壁に設置する。最大損失水頭は、ピエゾメータ A と B で測定され、砂層内の損失水頭は、B, C, D で測定される。図のように、砂層内の損失水頭は生物ろ過膜による損失水頭より小さい。

緩速ろ過池の運転でろ過池水位を変化させる場合は、次のように行われる。

- ①ろ過池の水位が最大(図 3.2 の 1 のレベル)水位になると、生物ろ過膜の削り取りを行う。
- ②ろ過池の再運転は水位 2 で開始し、全体の損失水頭は水位 2 と水位 5 の差である。
- ③生物ろ過膜が再び発達すると、損失水頭が上昇し、再度水位 1 まで上昇する。

このサイクルを通して、ろ過速度及びろ過流量は一定である。緩速ろ過池を、このサイクルに従って運転すれば、ピエゾメータを使って削り取りの必要な時を予測できる。この際、損失水頭、流量、温度とろ過層の深さを記録することで、固有透水係数  $k'$  (後述) を計算することもできる。万一、あるろ過砂でろ過閉塞が起こる可能性があれば、 $k'$  を測定することでその予測が出来る。

[設計・維持管理] 緩速ろ過池に損失水頭計を設置し、それに基づき運転する。

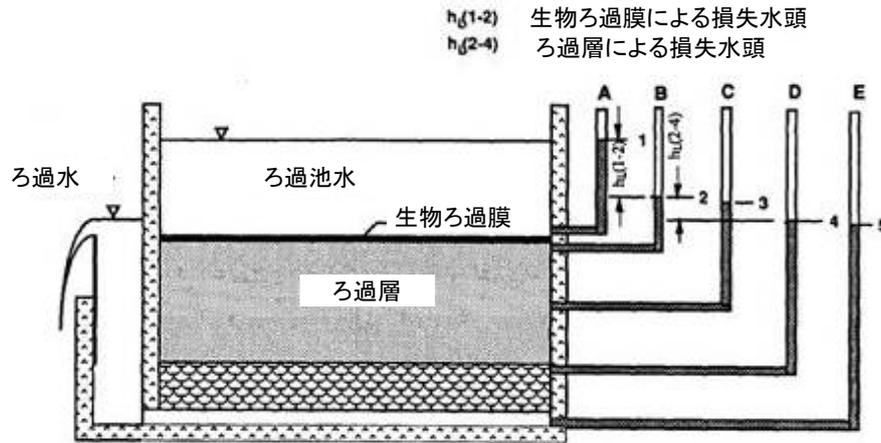


図 3.2 生物ろ過膜が成長した緩速ろ過池の損失水頭プロフィール(参考資料 2 より)

### 3.1.3 透水係数

透水係数を計算によって求め、ろ過砂による損失水頭を計算することができる。

透水係数  $k$  は、使用するろ過砂の代表サンプルを用いた室内実験で求めるのが最もよいが、推定式を用いて理論的に計算することもできる。例えば、以下のようなものがある。

$$k = 150 \times (0.72 + 0.028T) \times \varepsilon^3 / (1 - \varepsilon)^2 \times \phi^2 D_s^2 \quad (\text{m/hr}) \quad (3.5)$$

ここで、 $T$  は温度 ( $^{\circ}\text{C}$ )、 $\varepsilon$  は空隙率 (porosity:ろ過材の全体積に占める空隙の割合)、 $\phi$  は形状因子 (shape factor:時には球体率 sphericity といわれる)、 $D_s$  は砂粒子の比直径 (specific diameter: m) である。

形状因子  $\phi$  は、球の表面積に対する同じ体積の平均的な粒子の表面積の割合である。このため、1 以上の値になることはなく、砂粒子が球状でなくなればなるほど小さい値になる。種々の砂粒子の形状因子は、次のようなものである。

形状	球体	ほぼ球体	丸っぽい	摩耗	角張った	粉碎状
$\phi$	1.00	0.95	0.9	0.85	0.75	0.65

砂粒子の比直径  $D_s$  は、粒度調整されていない自然の砂の粒子径の平均値であり、個々の粒子の粒径分布を考慮したものである。実際に使用するろ過砂と同じ重量で同じ総面積を有する均一な砂を想定した場合の直径である。

比直径は次のようにして計算できる。あるろ過材の重量を  $W$  とし、 $W_1, W_2, \dots, W_n$  の重量分画が、それぞれの直径範囲が  $D_1$  と  $D_2, D_2$  と  $D_3, \dots, D_n$  と  $D_{n+1}$  の場合、 $D_s$  は以下の関係で計算できる。

$$1/D_s = W_1/W / (\sqrt{d_1 d_2}) + W_2/W / (\sqrt{d_2 d_3}) \dots + W_n/W / (\sqrt{d_n d_{n+1}}) \quad (3.6)$$

比直径を含む計算は、通常急速ろ過で行われているが、緩速ろ過の場合には、砂の粒度調整はより正確に制御する必要がある。緩速ろ過では、ろ過砂は有効径(effective diameter)

と均等係数(uniformity)で特徴付けられる。有効径の概念は、1892年 Hazen により導入され、10%のろ過砂が通過する篩の目開きとして定義され、 $D_{10}$  で示されている。同様に、60%のろ過砂が通過する篩の目開きは、 $D_{60}$  で表される。

均等係数 UC は比  $D_{60}/D_{10}$  である。自然の砂は、粒径と度数分布を対数確率紙にプロットしたときほぼ直線になる。比直径と有効径の比 ( $D_s/D_{10}$ ) を  $\Psi$  とすれば、均等な砂で UC が小さいとき (例えば 1~2)、かなりの正確さで次式により計算される。

$$D_s = D_{10}(1 + 2\log UC) = \Psi D_{10} \quad (3.7)$$

より均等でない砂の場合は、 $\Psi$  は次表で得られる。

UC	1	2	3	4	5
$\Psi$	1.00	1.60	1.93	2.11	2.21

ここで、メッシュ幅  $s$  とそれを通過する粒子の直径  $D$  との関係について、 $D$  は篩の目開きの形状に多少依存することに留意しなければならない。砂を篩にかける時、四角のワイヤの篩を使用する場合には、 $D$  と  $s$  の比は、1.05 (丸っぽい粒子) から 1.2 (長細い粒子) の間にある。通常のろ過砂にあるような楕円形の場合、1.1 の値が仮定されている。

$$D = 1.10s \quad (3.8)$$

この関係と比直径と有効径の比を置き換えると、透水係数を求める式は次のようになる。

$$\begin{aligned} k &= 150 \times (0.72 + 0.028T) \times \varepsilon^3 / (1 - \varepsilon)^2 \times \phi^2 \Psi^2 (1.1s_{10})^2 \\ &= 180 \times (0.72 + 0.028T) \times \varepsilon^3 / (1 - \varepsilon)^2 \times \phi^2 \Psi^2 s_{10}^2 \end{aligned} \quad (3.9)$$

ここで、 $s_{10}$  は、10%のろ過砂を通過させる四角の篩の目開きである。 $\phi$  と  $\Psi$  は上の表から求められる。

ほとんど球形 ( $\phi^2=0.9$ ) で、均等係数 UC が 2.0 ( $\Psi^2=2.5$ ) のろ過砂で、水温 10°C、空隙率  $\varepsilon$  0.38、の場合、上の式から、有効径  $s_{10}$  が 0.15mm 及び 0.35mm では、透水係数はそれぞれ 1.1m/hr 及び 6.0m/hr となる。後者は大きな値で、ろ過層厚さ 1.2m、高いろ過速度 0.5m/hr においても、初期のろ過抵抗は、0.1m 以下の損失水頭になる。一方、透水係数が 1.1 m/hr と小さいより細かい砂の場合、同じ条件下で、初期の損失水頭は 0.5m を超える。ろ過抵抗を 0.1m 以下に保つためには、ろ過層の厚さは 0.5m に制限され、ろ過水の流出弁を操作して、ろ過速度を約 0.2m/hr に制限する必要がある。

このため、細かい粒径のろ過材を使用する場合は、望ましいろ過水質が得られることを考慮した上で、ろ過層厚さを小さく保ち、(原水が例外的なほど清澄でない限りは) ろ過速度を上げることは避けるべきである。

〔設計〕 ろ過砂の有効径から初期の損失水頭を計算し、ろ過層の厚さ、ろ過速度の許容範囲を計算することができる。

### 3.1.4 温度の効果

水温が高くなるとろ過速度は大きくなる。また、損失水頭も小さくなる。

式 (3.10) は、Darcy の法則を固有透水係数 intrinsic hydraulic conductivity:  $k'$  を用いて表現したものである。

$$U = -k' / \mu \cdot h_L / z \tag{3.10}$$

ここで、 $k'$ : 固有透水係数 (N/m : newton/meter)

$\mu$ : ある温度での動粘性係数 dynamic viscosity (N-S/m<sup>2</sup>)

この式は、砂の透水係数  $k$  は、動粘性係数  $\mu$  すなわち流体の特性と、固有透水係数  $k'$  すなわちろ過砂の特性によって決まることを示している。

ろ過速度への温度の影響を説明するために、温度と動粘性係数の関係を式 (3.10) と連携させて考えることができる。例えば、0°Cと 25°Cの値は次のようである。

$$\mu (0^\circ\text{C}) = 1.8 \times 10^{-3} \text{ N-s/m}^2$$

$$\mu (25^\circ\text{C}) = 0.9 \times 10^{-3} \text{ N-s/m}^2$$

固有透水係数  $k'$  は砂ごとに決まる定数であり、ある損失水頭で、ろ過速度  $U$  は、温度が 0 から 25°Cに変化すると倍の値になる。即ち、温度は重要な因子ということである。また、 $U$  が一定とすると、損失水頭は 0°Cで 25°Cと比べて 2 倍となる。

固有透水係数を用いて、コロラド州 Empire の緩速ろ過池で損失水頭を計算した例を示す。計算条件は、ろ過層深さ 1.30m、ろ過速度 0.2m/hr 水温 15°Cと 0°C、固有透水係数  $6.67 \times 10^{-7}$  である。損失水頭の計算値は、12.5cm (15°C) と 19.5cm (0°C) である。Empire の緩速ろ過池の最終損失水頭は約 1.5m であるため、このうち 13%がろ過砂により使われるということになる。また、損失水頭のほとんど (87%) に、生物ろ過膜が関与するということになる。

### 3.1.5 初期損失水頭の計算例

[計算式] 損失水頭 $h_L$  は、以下の式により計算できる。

$$h_L = U \cdot Z / k \quad U: \text{ろ過速度(m/hr)} \quad Z: \text{砂層厚さ(m)} \quad k: \text{透水係数(m/hr)}$$

ここで、

$$K = 180 \times (0.72 + 0.028T) \times \varepsilon^3 / (1 - \varepsilon)^2 \times \phi^2 \Psi^2 s_{10}^2$$

T: 水温(°C)  $\varepsilon$ : 空隙率  $\phi$ : 形状因子  $\Psi$ : 均等係数に関する係数

$s_{10}$ : 有効径(mm)

[共通条件] 均等係数 2.0 空隙率 0.4 形状因子 (ほぼ球体) 0.95

[例 1: 有効径の影響] 水温 10°C 砂層厚さ 1m ろ過速度 4m/day

有効径(mm)	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50
損失水頭(cm)	22.5	5.6	2.5	1.4	0.9

[例 2 : 砂層厚さの影響] 水温 10℃ 有効径 0.3 mm ろ過速度 4m/day

砂層厚さ(cm)	40	60	80	100	120	140	160
損失水頭(cm)	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0

[例 3 : ろ過速度の影響] 水温 10℃ 有効径 0.3 mm 砂層厚さ 1m

ろ過速度(m/day)	1	2	3	4	5	6	7
損失水頭(cm)	0.6	1.3	1.9	2.5	3.1	3.8	4.4

Darcy の法則を基本とした式により、ろ過層の初期損失水頭を計算することができる。

### 3.2 損失水頭と負圧の影響

損失水頭は、ろ過層表面付近で大きくなる。ろ過膜直下で負圧が生じると、エアバインディングにより、ろ過が阻害される。

ろ過の継続と共に、原水からもたらされた不純物がろ過層の表面に堆積してくるので、空隙のスペースが減少し、抵抗が増加する。これが起こる時間は、原水から供給される懸濁物質の量、ろ過速度、ろ過層の粒子径（すなわち空隙）に依存する。

一般的には、ろ過膜成熟の初期段階では、損失水頭は清浄なろ過層の初期値からゆっくりと増加するが、ろ過継続期間の後半では、損失水頭は急激に増加する。許容される損失水頭は、通常的设计では 1~1.5m で、例外的な条件では最大約 2m まで許容されるが、この場合、適切にろ過を継続することは難しい。

原水に含まれる粒子状物質は、ほとんど全て生物ろ過膜や砂層の表面付近に堆積するので、損失水頭は表層でのみ増加する。この現象は、ろ過層内の圧力分布に顕著に表れる。水の動きが無ければ、水圧は深さと共に静的に増加する。しかし、水が流れている条件下では、ある深さの水圧は低くなる。清浄なろ過池では、ろ過層の表面から底部まで、徐々に静水圧は減少し、全体の減少は初期の損失水頭  $h_{L0}$  と等しくなる。ろ過により引き起こされる閉塞により、さらに水圧が下がるが、損失水頭は表面で起きているので、圧力低下の影響はろ過膜の直下のみである。

図 3.3 に示したろ過水流出部の堰は、これによりろ過膜直下の水圧がある最低値以下に低下しないようにするための設備である。堰が無ければ、ろ過の継続と共にろ過膜直下の圧力が負圧になり、ろ過水が排出されるとき部分的に真空状態を残すことになる。このことは、ろ過池の稼働に重大な影響を及ぼす。藻類の繁殖が進むとろ過池の水が酸素で過飽和となっており、ろ過膜直下の負圧になっているところで、空隙中に微細気泡が発生する。

これが、エアバインディング(air binding)である。もし、これがろ過池の一部で起こると通水能力が低下し、他の部分が過負荷になって、ろ過水水質が低下する。エアバインディングがより広範囲に起こると、状況がより悪化し、ろ過速度が大きく低下する。また、発生した微細気泡が集積して大きくなると、その浮力により砂層内を上昇し生物ろ過膜を破って、ろ過池水中に気泡が上がることもある。この場合、部分的ではあるがろ過膜が破壊されて、ろ過水水質が悪くなってしまう。

このため、負圧が発生しないように、水位を制御しながら運転する必要がある。このために最も簡単な方法は、ろ過池の流出部に堰を越えさせ、ろ過水水位が砂層表面より下がらないようにしておくことである。

[設計] ろ過池の流出部に堰を設け、ろ過水水位が砂層表面より下がらないようにする。

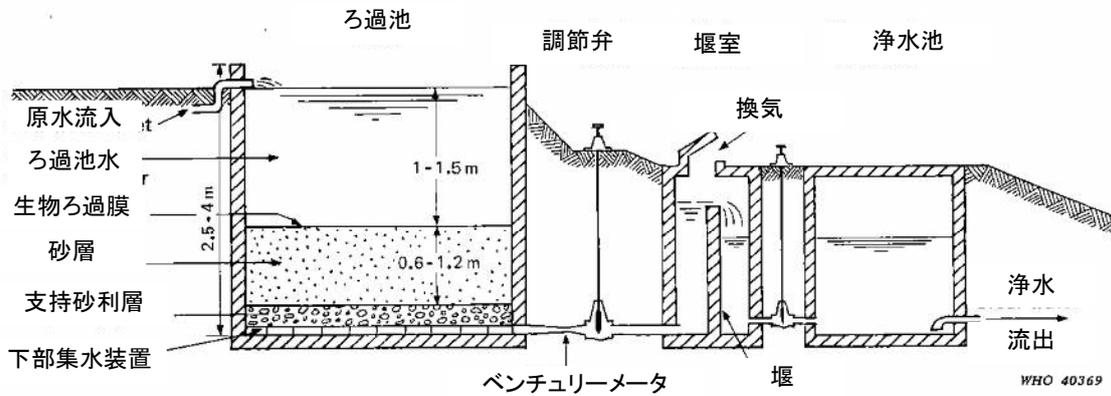


図 3.3 緩速ろ過池(参考資料 1 より)

### 3.3 壁面短絡流の影響 (Wall effect)

砂ろ過池では、壁面を伝って流れる短絡流が起き、ろ過池水がそのままろ過水に混入することがある。

壁面短絡流の影響範囲は、次式で評価されている。

$$R/D < a \tag{3.11}$$

R : 影響範囲 (cm)      D : ろ過砂の径 (cm)

a : 影響範囲の係数 (文献値 25 又は 100)

[ろ過水濁度への影響の推定例]

ろ過池緒元 (m), 面積 (m <sup>2</sup> )		5 × 4, 20	20 × 15, 300	50 × 40, 2000
ろ過池流入濁度 (度)	1	0.041	0.014	0.009
	5	0.205	0.072	0.043
	10	0.410	0.143	0.086
	20	0.820	0.287	0.172

a を 25、ろ過砂の有効径を 0.4 mm とすると、影響範囲は壁面から 1cm 以内となる。この範囲では、短絡流によりろ過池流入水がそのままろ過水に混入すると仮定した。なお、壁面を離れた地点の濁度除去率は 0.995 とした。

緩速ろ過池のろ過面積が小さいと、壁面短絡流の影響が大きくなる。小さいろ過池でも、壁面短絡流の影響を可能な限り少なくするためには、前処理施設によるろ過池流入濁度の低減が効果的であるが、それ以外には、壁面を粗面化することや、勾配をつけてろ過池水が直接ろ過水に混入しない工夫もある。また、砂層が乾燥すると壁面との間に隙間ができる可能性があるので、ろ過池清掃時には出来る限り砂層を乾燥させないようにすることも重要である。

[設計] ろ過面積が小さいろ過池では、壁面短絡流の影響を抑える工夫が必要である。

[維持管理] ろ過池清掃時には出来る限り砂層を乾燥させないようにする。